

УДК 519.87:621.5

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ВИХРЕВОМ ПАССИВНОМ ТЕПЛОГЕНЕРАТОРЕ**В.И. КЛИМОК***Тверской государственный университет**E-mail vklimok@gmail.com***MATHEMATICAL MODELING OF LIQUID CURRENT IN A VORTICITY PASSIVE HEAT GENERATOR****V.I. KLIMOK***Tver State University***Аннотация**

Выполнены численные эксперименты по расчету гидродинамического режима пассивных тангенциального и аксиального вихревых теплогенераторов. Поля течений найдены из решения системы уравнений для вихря и интегральной функции тока. В случае тангенциального теплогенератора привлекалось дополнительное уравнение для расчёта окружной (азимутальной) составляющей скорости.

Ключевые слова: Численный эксперимент, математическая модель, вихревой теплогенератор, пассивный тангенциальный, пассивный аксиальный

Summary

The mathematical modeling results of the hydro dynamical regime in the passive vorticity tangential and axial heat generators were obtained by numerical experiments. The currents fields were found from solution of a set of two equations for vorticity and stream function. In case of tangential heat generator was attracted an additional equation for calculation a circuit component of velocity.

Key words: Numerical experiment, mathematical model, vorticity heat generator, passive tangential, passive axial.

Введение

Представлены результаты численных экспериментов по расчету гидродинамического режима пассивных аксиального и тангенциального вихревых теплогенераторов. К пассивным отнесены теплогенераторы статического типа, не содержащие подвижных частей в устройствах, где формируется поток жидкости [1].

Как известно из результатов экспериментальных исследований вихревой теплогенератор имеет высокий коэффициент полезного действия и представляет большой интерес для народного хозяйства как альтернативный экологически чистый источник тепловой энергии.

Для математического моделирования гидродинамических процессов, протекающих в вихревом теплогенераторе, основанном на преобразовании энергии завихренного потока в тепло, использовались уравнения гидромеханики вязкой несжимаемой жидкости [2], записанные в цилиндрической ортогональной системе координат, в приближении осевой симметрии движения.

Постановка задачи и результаты численных экспериментов.

Аксиальный теплогенератор представляет собой цилиндр со сложной внутренней геометрией, способствующей образованию вихрей. В данном варианте внутренний радиус цилиндра скачкообразно изменяется, то есть внутри трубы имеются препятствия для генерации тороидальных вихрей между ними, а в конечной части — диффузор.

После исключения давления из уравнений для осевой и радиальной составляющих скорости придём к системе уравнений [3]

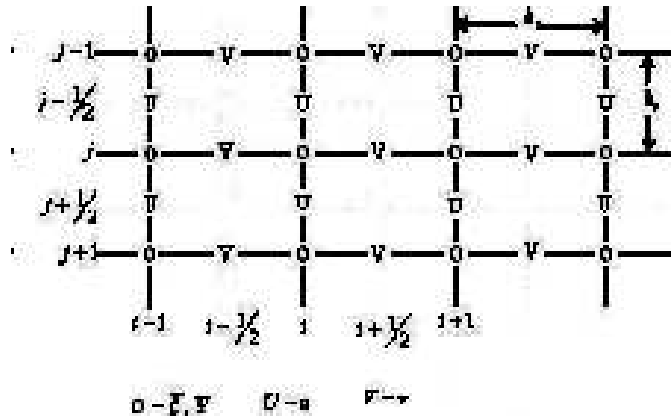
$$\frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial t} + u \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial x} + v \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial r} = \nu \left[\frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \tilde{\xi}}{\partial x^2} \right], \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \tilde{\xi} r,$$

с учётом обозначения $\tilde{\xi} = \xi/r$, где $\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial r}$ – азимутальная компонента завихренности. Компоненты скорости u и v находятся из соотношений: $u = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$, $v = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x}$.

Здесь u – осевая составляющая скорости вдоль оси трубы, v – радиальная составляющая скорости.

На рисунке приведено расположение узловых точек, в которых определялись искомые функции $\tilde{\xi}$, ψ , u и v .

При конечно-разностной аппроксимации уравнения для $\tilde{\xi}$ использовалась схема “естественного фильтра” по времени и монотонная консервативно-диссипативная схема второго порядка точности по пространственным переменным.



На входе в теплогенератор ($x = 0$) радиальная составляющая скорости равна нулю, а осевая – задаётся параболой Пуазейля $u(0, r) = \frac{2Q}{\pi R^2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$, где Q – расход, R – радиус цилиндра во входном сечении теплогенератора. Значение функции тока определяется по формуле $\psi(0, r) = -\frac{Q}{\pi R^2} r^2 \left(1 - \frac{r^2}{2R^2} \right)$. Завихренность находится из уравнения $\xi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial r}$.

На боковой твёрдой стенке теплогенератора принимается условие прилипания для скоростей, функция тока считается постоянной и равной $-\frac{Q}{2\pi}$, вихрь рассчитывается из соответствующего уравнения.

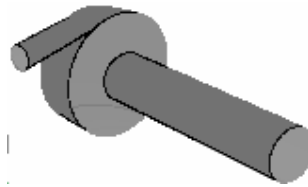
На выходе из теплогенератора для расчёта $\tilde{\xi}$ и ψ привлекаются соответствующие уравнения с условием равенства нулю производной по направлению внешней нормали. Такое же условие принимается для радиальной составляющей скорости. На оси трубы ($r = 0$) используются условия симметрии для осевой составляющей скорости u и “завихренности” $\tilde{\xi}$, равенство нулю радиальной составляющей скорости v и функции тока ψ .

В одном из численных экспериментов теплогенератор имел несколько резко сужающихся и резко расширяющихся участков сечения цилиндра.

Между препятствиями появляются вихри примерно одинаковой интенсивности с радиальной составляющей скорости достигающей 1 м/с. Перед первым же препятствием она достигает 10 м/с. Наибольшее значение осевой составляющей скорости до 24 м/с наблюдается в самой узкой части теплогенератора над препятствиями. Между препятствиями она порядка 2 м/с и такого же порядка в окрестности стенки диффузора, где осуществляется подток жидкости из ёмкости, в которую подаётся вода из теплогенератора.

В отличие от аксиального теплогенератора корпус **тангенциального** теплогенератора состоит из двух соединённых цилиндров разного диаметра, имеющих общую ось. Подача жидкости в цилиндр с

большим диаметром осуществляется по трубе, ось которой перпендикулярна к оси цилиндра, но не пересекается с ней, т.е. жидкость подаётся в теплогенератор по периферии цилиндра большего диаметра, а затем попадает в цилиндр меньшего диаметра. Истечение жидкости из цилиндра большего диаметра сопровождается сильным вращением, поскольку момент количества движения струи жидкости на входе в теплогенератор относительно оси выходного отверстия не равен нулю.



Следует заметить, что выполненные численные эксперименты [4] по расчёту гидротермодинамического режима вихревого тангенциального теплогенератора вполне соответствуют результатам экспериментальных исследований [5].

При моделировании гидродинамического режима тангенциального вихревого теплогенератора в правой части уравнения для “завихренности” $\tilde{\xi}$ присутствовало слагаемое $\frac{1}{r^5} \frac{\partial \tilde{w}^2}{\partial x}$, где $\tilde{w} = w \cdot r$, а w — окружная (азимутальная) составляющая скорости, характеризующая закрутку течения в трубе.

Для определения \tilde{w} использовалось уравнение [3]

$$\frac{\partial \tilde{w}}{\partial t} + u \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} + v \frac{\partial \tilde{w}}{\partial r} = \nu \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial x^2} \right].$$

В общих чертах краевые условия заключаются в том, что на оси трубы принимаются условия симметрии для u , \tilde{w} , $\tilde{\xi}$, равенство нулю радиальной составляющей скорости и функции тока, а на стенках — условие прилипания для скоростей и постоянство функции тока.

На выходе из теплогенератора при $x = L$, где L — высота цилиндра меньшего радиуса r_0 для расчёта $\tilde{\xi}$ и ψ привлекаются соответствующие уравнения с условием равенства нулю производной по направлению внешней нормали, и такое же условие используется для радиальной составляющей скорости. Для азимутальной составляющей скорости принимается условие равенства нулю производной по направлению внешней нормали, если жидкость вытекает. В противном случае азимутальная составляющая скорости равна нулю (т.е., если жидкость из ёмкости попадает в теплогенератор, то без закрутки).

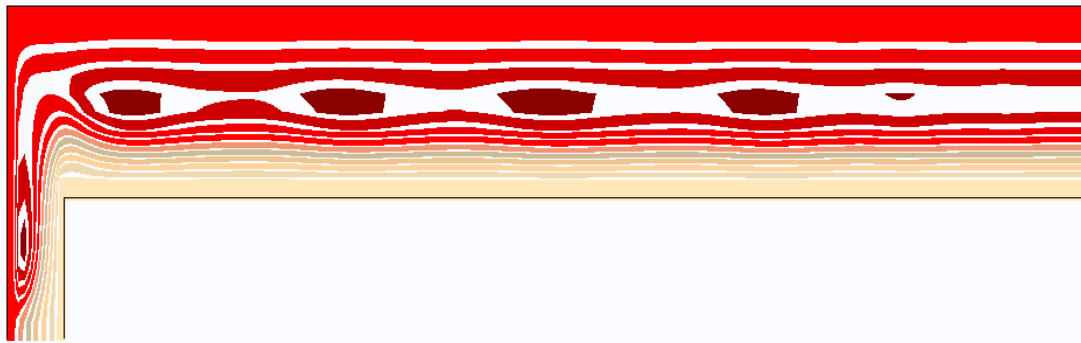
Так как течение предполагается осесимметричным, то достаточно представить результаты расчётов в какой-либо меридиональной плоскости (проходящей через ось симметрии x) и рассматривать не всю конфигурацию сечения теплогенератора этой плоскостью, а её половину, ограниченную осью симметрии и стенкой.

Рассчитанные функция тока и поле течений указывают на то, что вода выходит из теплогенератора у стенки цилиндра меньшего радиуса и подсасывается в окрестности его оси ($\sim \frac{2}{3}r_0$). Подсасываемая из ёмкости жидкость попадает в цилиндр большего радиуса разворачивается там и, сливаясь с поступающей в теплогенератор водой, выходит из него вдоль стенки, что хорошо видно из представленного на рисунке изолиний функции тока.

Максимальное значение скорости подсасываемой жидкости достигает 8 м/с на оси, а вытекающей — 4 м/с в окрестности стенки практически по всей высоте цилиндра меньшего радиуса. На этом общем фоне течения имеются несколько вихрей, вращающихся против часовой стрелки, причём интенсивность этих вихревых образований уменьшается по мере приближения к выходному отверстию теплогенератора.

Наибольшее значение радиальной составляющей скорости порядка 3 м/с наблюдается на периферии вихря, возникающего в цилиндре большего радиуса, в который подсасывается вода из цилиндра меньшего радиуса и подаётся на входе в теплогенератор жидкость.

Окружная составляющая скорости увеличивается по мере приближения к оси симметрии в 10 раз (достигает 5 м/с) по сравнению с её значением на входе и уменьшается практически до нуля на расстоянии $L/2$ от входа в цилиндр меньшего радиуса, что связано с подсосом незакрученного потока жидкости в



непосредственной близости оси. В окрестности стенки при выходе из теплогенератора окружная составляющая скорости порядка 1 м/с, что в два раза превышает её значение на входе.

Заключение.

В плане дальнейших исследований, с точки зрения математического моделирования, представляет интерес расчёт *гидротермодинамического* режима пассивного **аксиального** вихревого теплогенератора.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Фурмаков Е.Ф.** Могут ли гидротермодинамические теплогенераторы работать сверхэффективно? — ОАО «Техприбор», Санкт-Петербург, 2004, 22 с.
2. **Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.** Теоретическая гидромеханика. Ч. 2. — М.: Иностранная литература, 1963.
3. **Климков В.И., Рубцов И.Ю.** Математическое моделирование гидродинамического режима теплового вихрегенератора // Вестник ТвГУ. — Тверь, 2010. — № 37. — С. 21–37.
4. **Климков В.И., Рубцов И.Ю.** Математическое моделирование гидротермодинамического режима теплового вихрегенератора // Вестник ТвГУ. — Тверь, 2010. — № 8. — С. 25–35.
5. **Ахметов Ю.М., Калимуллин Р.Р., Целищев В.А.** Численное и физическое моделирование течения жидкости в вихревом теплогенераторе // Вестник УГАТУ. — Уфа: УГАТУ, 2010. — Т. 14, № 4 (39) — С. 42–49.

REFERENCES

1. **Furmakov E.F.** Can hydrothermodynamic heat generators to work ultra-efficiently? [Mogut li gidrotermodinamicheskie teplogeneratory rabotat' sverhjeffektivno?]. — Saint-Peterburg Co.Ltd «Techpribor», 2004. — 22 p. (in Russian)
2. **Kochin N.E., Kibel I.A., Roze N.V.** Theoretical hydromechanics. — New York: Interscience Publishers, 1965.
3. **Klimok V.I., Rubtsov I.Ju.** Mathematical simulation of hydrodynamic regime of thermal vortex generator [Matematicheskoe modelirovanie gidrodinamicheskogo rezhima teplovogo vihregeneratora] // Vestnik TvGU, Tver'. — 2010. — № 37. — P. 21–37. (in Russian)
4. **Klimok V.I., Rubtsov I.Ju.** Mathematical simulation of the hydrothermodynamic regime of the thermal vortex generator [Matematicheskoe modelirovanie gidrotermodinamicheskogo rezhima teplovogo vihregeneratora] // Vestnik TvGU, Tver'. — 2012. — № 8. — P. 25–35. (in Russian)
5. **Ahmetov Ju.M., Kalimullin R.R., Tselishchev V.A.** Numerical and physical simulation of fluid flow in the vortex heat generator [Chislennoe i fizicheskoe modelirovanie techeniya zhidkosti v vihrevom teplogeneratore] // Vestnik UGASTU, Ufa. — 2010. — V. 14, № 4(39). — P. 42–49. (in Russian)